



# UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLAS DE HIDALGO

COORDINACION GENERAL DEL BACHILLERATO

*PROGRAMA DE CALCULO INTEGRAL*  
**SEXTO SEMESTRE**

UBICACIÓN DE LA ASIGNATURA  
**INGENIERIA Y ARQUITECTURA**

HORAS SEMANALES	4
HORAS TOTALES	64
CLAVE	<b>6B</b>

Morelia, Mich., Noviembre de 2001

## **PRESENTACION**

Una desventaja que tienen las matemáticas y por ende el cálculo, es que no se puede leer como si fuera una novela o un periódico, porque aquí, en ocasiones es necesario repasar más de una vez para lograr comprender el tema que nos ocupe.

Sabemos que las matemáticas están presentes en todos aspectos de la vida del hombre, en el arte, la ciencia y la cultura y su relación con otras materias es constante así como Física, Química, Biología, Economía, Fisiología Genética, etc.

Así el concepto de integral, las técnicas para su obtención en distintos casos y sus diversas aplicaciones, se tratará de sentar las bases en este curso para que los jóvenes puedan aplicar esos conocimientos en el momento adecuado.

Se pondrá especial atención para la comprensión del teorema funcional del Cálculo, como un medio para evaluar los diferentes tipos de integrales y para establecer la relación entre derivadas e integrales, el dominio de las diferentes técnicas de integración y sentar bases para aplicaciones prácticas que tiene el cálculo integral en los diferentes campos del conocimiento.

## JUSTIFICACION

Aunque el Cálculo se desarrolló para resolver problemas de física, su poder y flexibilidad lo ha hecho útil en muchos campos del conocimiento.

El álgebra y la trigonometría nos sirve para estudiar los objetos que se mueven con velocidad a lo largo de una trayectoria rectilínea o circular, pero si la velocidad es variable o la trayectoria es irregular es necesario el cálculo.

Para una descripción rigurosa del movimiento requiere definiciones precisas de velocidad (La rapidez con que varía la distancia con respecto al tiempo) y la aceleración (La rapidez de cambio de velocidad). Estas definiciones pueden darse viendo uno de los conceptos fundamentales del cálculo.

Las investigaciones modernas en investigación sobre la rapidez o tasa de crecimiento de un cultivo de bacterias, la predicción del resultado de una reacción química, la medición de los cambios instantáneos de una corriente eléctrica, la descripción del comportamiento de las partículas atómicas, la estimación de la reducción de los tumores en la radioterapia, la predicción de las ganancias o pérdidas económicas en cualquier proyecto de investigación, así como el análisis de las vibraciones de un sistema mecánico.

El uso de la integral al igual que la derivada, es tan amplio que no podemos decir que nada más en estos u otros casos, es sorprendente en la actualidad su aplicación, se aplica en el espacio, en armamentos, en cálculos de flujos sanguíneos, en el flujo de colorantes en estudios angiométricos, en genética, en problemas cardiovasculares y ahora con el avance cibernético, es verdaderamente sorprendente el uso del cálculo diferencial e integral.

## **CONTENIDOS GENERALES**

- I.- Aplicación de la derivada.
- II.- La Diferencial.
- III.- La Integral Indefinida.
- IV.- Técnicas de Integración.
- V.- La integral Definida.
- VI.- Aplicación de la Integral.

## **OBJETIVOS GENERALES**

El alumno:

- Debe conocer las características e implicaciones del curso.
- Podrá interpretar los conceptos básicos de integral indefinida y definida.
- Podrá interpretar la relación entre integral y la derivada.
- Podrá aplicar el cálculo diferencial e integral en la resolución de problemas.

## UNIDAD I

### APLICACION DE LA DERIVADA

HORAS	TEMATICA	OBJETIVOS EDUCATIVOS	SUGERENCIAS ENSEÑANZA APRENDIZAJE
16	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicaciones ligadas a las interpretaciones de la derivada.               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Problemas de rapidez y razón de cambio instantáneo.</li> <li>- Cálculo de tangentes y normales.</li> <li>- Cálculo de diferenciales y valores aproximados de funciones.</li> <li>- Conocimiento y aplicación del método de Newton al Cálculo aproximado de raíces.</li> </ul> </li> <li>• Derivadas sucesivas. Significado físico de la segunda derivada, ecuación del movimiento uniformemente acelerado.</li> <li>• Relación del signo de la primera derivada con el carácter creciente o decreciente y el sentido de la concavidad de una función; en particular, criterios de la primera y segunda derivada para máximos y mínimos.</li> <li>• Aplicaciones a:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- La solución de problemas de optimización.</li> <li>- El trazado de gráficas y el estudio de los puntos críticos de una función de la tabla de variación de una función, trazado de la gráfica de la derivada dada la de la función y viceversa.</li> </ul> </li> </ul>	<p>Objetivos Particulares:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- A través de ejemplos ligados a la interpretación de la derivada, el alumno se ejercitará en el manejo de esta útil herramienta; en particular, la usará para conocer y aplicar el método de Newton al cálculo aproximado de raíces de una ecuación. Usando derivadas sucesivas el alumno analizará el carácter creciente o decreciente de una función, su concavidad y utilizará los criterios de la primera y segunda derivada para el cálculo de máximos y mínimos.</li> </ul> <p>Objetivos específicos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Con estos conocimientos el alumno, podrá resolver problemas de rapidez y razón de cambio instantáneo, tangentes y normales a una curva.</li> <li>- Conocerá el significado físico de la segunda derivada y lo aplicará en movimiento uniformemente acelerado.</li> <li>- Podrá resolver problemas de optimización, trazado de gráficas y podrá construir la gráfica de la derivada de una función dada la gráfica de ésta y viceversa.</li> </ul>	<p>El profesor debe valorar cuidadosamente la complejidad de los problemas que se presenten a los alumnos, no obstante lo inmediato del nivel de aplicación.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Es recomendable revisar con cuidado el método de Newton para asegurar que los estudiantes comprendan cabalmente la base de su operación.</li> <li>- Analizar con los alumnos, los ejemplos que se resuelvan en clase de manera que los conceptos le sean claros al estudiante</li> </ul>

## UNIDAD II

### LA DIFERENCIAL

HORAS	TEMATICA	OBJETIVOS EDUCATIVOS	SUGERENCIAS ENSEÑANZA APRENDIZAJE
4	<p>La diferencial facilita extraordinariamente el análisis de relaciones entre funciones, y es tan vasto el campo de sus aplicaciones, que en lo práctico llega a tener tanta importancia como el estudio puramente teórico.</p> $Dy=f'(x)dx$ <p>Las diferenciales dx y dy son variables; pero dx es una variable independiente, mientras que dy es una variable dependiente, porque depende de los valores de x y dx.</p> <p>Las aplicaciones más sencillas en el cálculo de velocidades y de razón de cambio instantáneo, de tangentes a una curva, de máximos y mínimos, de áreas y volumen etc.</p>	<p>Objetivo particular: Conocer diferentes problemas, algunos resueltos por métodos numéricos, o utilizando otras herramientas del cálculo, permitirá al alumno introducirse en la problemática de esta materia y darse cuenta del apoyo que brinda esta aplicación.</p> <p>Objetivos Específicos: Se pretende que al finalizar el tema; el alumno pueda resolver algunos problemas sencillos de máximas y mínimas, tangentes a una curva y área abajo curvas, usando algunos de estos métodos.</p>	<p>Es recomendable que el profesor presente los problemas y los discuta grupalmente con los alumnos sin pretender resolver todos los problemas, sino que escoger los más representativos y que ilustren la problemática del cálculo de manera que los alumnos ubiquen el objeto de estudio de esta manera y se logre motivarlos hacia ella.</p>

## UNIDAD III

### LA INTEGRAL INDEFINIDA

HORAS	TEMATICA	OBJETIVOS EDUCATIVOS	SUGERENCIAS ENSEÑANZA APRENDIZAJE
10	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La integral como inversa de la diferencial.</li> <li>- Condiciones para que una función sea integrable.</li> <li>- Integrales inmediatas de funciones algebraicas, trigonométricas, logaritmos y exponenciales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El alumno debe comprender y saber aplicar el teorema fundamental del cálculo.</li> <li>- Debe saber aplicar las fórmulas de integración inmediata.</li> <li>- El alumno estará en condiciones para integrar funciones algebraicas, trigonométricas y trascendentales por medio de las fórmulas inmediatas ya dadas a conocer por el profesor.</li> </ul>	<p>Es recomendable que el profesor elabore cuestionarios y otros materiales, con la finalidad de crear hábitos en el alumno para que él desarrolle habilidades en la materia.</p> <p>A la vez el alumno se dará cuenta de sus deficiencias que tiene que superar y el profesor podrá valorar el grado de avance que se va logrando en los objetivos, a medida que se desarrolla el programa y a la vez se va valorando la evaluación.</p> <p>El profesor debe probar diferentes técnicas en su exposición de la clase dependiendo del tema.</p> <p>Puede auxiliarse aparte del gis y pizarrón, otros elementos, como acetatos, filminas y ahora los videoproyectores, etc.</p>



## UNIDAD IV

### TECNICAS DE INTEGRACION

HORAS	TEMATICA	OBJETIVOS EDUCATIVOS	SUGERENCIAS ENSEÑANZA APRENDIZAJE
8	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Uso, de la tabla de las integrales inmediatas y su verificación en casos escogidos.</li> <li>- Integrales que se vuelven inmediatas mediante una sustitución o una transformación algebraica sencilla.</li> </ul>	<p>Objetivo Particular: Mediante el uso de tablas de integrales inmediatas y de aquellas que se vuelven inmediatas mediante una sustitución o transformación algebraica, el alumno se ejercitará en el cálculo de integrales.</p> <p>Objetivos Específicos: Al terminar la unidad, el alumno podrá usar las tablas de integrales y en algunos casos podrá verificar algunas de ellas.</p> <p>Podrá realizar sustituciones o transformaciones algebraicas para calcular diferentes tipos de integrales.</p>	<p>No olvidar el propósito más importante en el uso de las fórmulas, que es el ejercitar la parte algorítmica, por lo que habrá que poner atención al dominio de estos métodos por parte del alumno.</p> <p>No es recomendable memorizar todas las fórmulas, pero sí recordar las elementales y con el uso de las tablas saber aplicar todas y cada una de dichas fórmulas.</p>
10	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Existen diferentes métodos o técnicas de integración. Integración por partes y sustitución trigonométrica.</li> <li>- Ejemplos para ilustrar cómo se procede con otros casos comunes: Integración de fracciones algebraicas donde aparecen potencias de funciones trigonométricas.</li> <li>- Métodos numéricos de integración: Aproximación al área bajo una curva por medio de rectángulos, trapecios o utilizando la regla de Simpson.</li> </ul>	<p>Objetivos particulares:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Conocidos los métodos de integración más usuales el alumno podrá calcular integrales no inmediatas o que no se resuelven mediante transformaciones algebraicas sencillas.</li> </ul> <p>Objetivos específicos Al finalizar la unidad el alumno: Conocerá y utilizará los métodos de integración por partes, sustitución trigonométrica y fracciones parciales.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Recurrirá a los métodos de integración numérica en los casos donde uno pueda aplicar los métodos anteriores.</li> </ul>	<p>Se sugiere enfatizar la aplicación de los métodos más que las justificaciones teóricas de los mismos.</p> <p>Es importante retomar algunos de los métodos numéricos para ejemplificar al estudiante la utilidad de los mismos cuando es difícil obtener la función primitiva con las técnicas usuales de integración.</p>

## UNIDAD V

### LA INTEGRAL DEFINIDA

HORAS	TEMATICA	OBJETIVOS EDUCATIVOS	SUGERENCIAS ENSEÑANZA APRENDIZAJE
8	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El área bajo una curva continua como el límite de una suma; aproximación mediante sumas inferiores y superiores, estimación de error en algunos casos sencillos y definición analítica de la integral.</li> <li>- El teorema fundamental del calculo y la evaluación de integrales definidas. Aplicaciones sencillas al cálculo del área bajo una curva o entre dos curvas.</li> <li>- Observaciones y enunciado de las propiedades de la integral definida.</li> </ul>	<p>Objetivo particular:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El alumno podrá avanzar en el concepto de integral definitiva y conocerá sus propiedades, asimismo, podrá profundizar en el teorema fundamental del cálculo.</li> </ul> <p>Objetivos Específicos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Al finalizar la unidad el alumno, podrá calcular áreas bajo una curva del tipo <math>Y=x^k</math> con <math>k=1,2,3...</math> Mediante el acotamiento de sumas infinitas y superiores.</li> <li>- Conocerá y podrá aplicar las propiedades de la integral definida.</li> </ul>	<p>Es importante tener presente que en esta unidad debe realizarse una síntesis de los diversos aspectos relacionados con el concepto de integral; antiderivada, función, e integral como límite de sumas.</p> <p>De igual manera debe destacarse con claridad las dos partes del teorema fundamental del cálculo.</p> <p>Es conveniente también exponer las ideas de sumas infinitas a través de ejemplos sencillos, como son las funciones del tipo, <math>y=x^k</math> con el propósito del facilitar al alumno la comprensión del profesor y así evitar cálculos complicados.</p>

## UNIDAD VI

### APLICACIONES DE LA INTEGRAL

HORAS	TEMATICA	OBJETIVOS EDUCATIVOS	SUGERENCIAS ENSEÑANZA APRENDIZAJE
8	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aplicaciones geométricas, volúmenes y superficies de revolución.</li> <li>- Aplicaciones físicas y mecánicas, a título ilustrativo. Cálculo de presiones, de trabajo, de centros de masa, etc., de la atracción gravitacional que ejerce una varilla, un disco y una esfera.</li> <li>- Realizar ejemplos aplicados a la economía, a la biología, etc.</li> </ul>	<p>Objetivo Particular:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Mediante diversos ejemplos el alumno conocerá las aplicaciones de la integral en la geometría, en la física, en la economía, en la biología etc.</li> </ul> <p>Objetivos Específicos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Al finalizar estas aplicaciones el alumno se le facilitará calcular volúmenes de algunos cuerpos, superficies de revolución.</li> <li>- Podrá calcular presiones, centros de masa, trabajo y otros problemas de física, de química, biología, economía, etc.</li> </ul>	<p>El profesor le puede sugerir al alumno que escoja algunos problemas vistos en temas anteriores y los resuelva con los nuevos métodos, con el fin de dar continuidad a los contenidos y aplicar la síntesis de conocimientos.</p>

## BIBLIOGRAFIA

Stewart “Cálculo” 3<sup>a</sup>. Edición Internacional Thomson Editores 1998

Granville, W. “Cálculo diferencial e integral” Limusa México. 1992.

Taylor, H. Y Wade T. Cálculo diferencial e integral Limusa México 1984

Leithold Louis “El cálculo” 7<sup>a</sup>. Edición Oxford University press-Harla México 1998

Cantoral U. Ricardo “Cálculo diferencial” de PNFAPM Cinvestav . IPN 1985

Ayres Jr. Frank. “Cálculo diferencial e integral” tercera edición Mc Graw-Hill 1994

Swokowski Earl W. “Cálculo con geometría Analítica” segunda edición 1989 Grupo editorial Iberoamericana.